

## Una disuguaglianza con i moduli

Vale la seguente disuguaglianza:

$$|x - y| \geq \left| |x| - |y| \right|, \quad \forall x, y \in \mathbb{R}. \quad (*)$$

Infatti, osservando che la disuguaglianza è simmetrica in  $x$  e  $y$  (essendo  $|-a| = |a|$ ), possiamo assumere, senza perdita di generalità, che  $|x| \geq |y|$ . In tal caso, la (\*) diventa

$$|x - y| \geq |x| - |y|. \quad (**)$$

D'altra parte, per la disuguaglianza triangolare (formula (1.8) in [B]), si ha che

$$|x| = |(x - y) + y| \leq |x - y| + |y|,$$

che è equivalente a (\*\*). ■